Michel Ker

Dimensionnement élastique des portiques cadres

EDILIVRE

EXTRAIT

1
Introduction

Dans un précédent ouvrage :

« Dimensionnement graphique en plasticité des structures simples »

nous avions expliqué comment dimensionner en plasticité des structures telles que les poutres ou les portiques cadres, que nous avons dénommées structures simples.

Nous voulions faire de même pour le calcul en élasticité. Mais si le dimensionnement en plasticité est général pour les structures simples, le dimensionnement en élasticité est spécifique au type de structure étudié. Ainsi, si dans le cas des poutres et celui des portiques simples, le dimensionnement en élasticité consiste à rechercher les profils qui permettent de respecter à la fois l'état limite de service (limitation des flèches) et l'état limite ultime (limitation des contraintes), le calcul de ces valeurs est différent dans les deux cas et il est difficile de concevoir une approche commune de ces deux dimensionnements.

Nous avons donc commencé par les poutres et proposé un ouvrage permettant le

« Dimensionnement élastique des poutres droites en acier »

et nous allons compléter cette première étude par le

EXTRAIT

« Dimensionnement élastique des portiques cadres »

dans lequel notre ambition est de remplacer le « Formulaire des cadres simples – Kleinlogel Dunod 1969 » (ouvrage de référence utilisé avant l'avènement de l'ordinateur portable par tous les ingénieurs de bureau d'études en construction), par un logiciel de calcul des sollicitations et des flèches de ces portiques.

Les portiques cadres sont utilisés fréquemment dans les bâtiments industriels dont ils assurent la stabilité transversale par effet d'arc.

La plupart de ces portiques sont à pieds articulés, les pieds encastrés ne se justifient que lorsque l'on cherche une forte réduction des déformations latérales (portiques avec pont roulant par exemple) car le surcoût des fondations réduit fortement l'intérêt d'une telle solution.

Les portiques cadres les plus courants sont des portiques à une seule nef, parfois à deux ou trois, à un seul niveau, le nombre de nefs n'allant que rarement au-delà de cette valeur pour des raisons de déplacements en tête de poteaux sous charge verticale et sous l'effet de variation de température à cause de leur dilatation.

Les portiques sont fabriqués en usine et livrés par camions sur chantier en tronçons de 8 à 12m qui seront assemblés par platines d'extrémités et boulons HR pour être ensuite montés et stabilisés longitudinalement, constituant ainsi un élément essentiel de l'ossature principale des bâtiments industriels.

EXTRAIT

2
Rappel des lois de la résistance des matériaux

En charpente métallique, pour vérifier qu'une structure est dotée d'une solidité adaptée à l'usage auquel on la destine, on utilise les lois de la résistance de matériaux issue de la statique qui est l'une des branches de la mécanique.

Lois fondamentales de la statique

Un corps est en équilibre lorsque les sommes des forces et des moments qui lui sont appliqués sont nulles.

Pour une structure plane, les lois de la statique aboutissent à trois équations dans lesquelles Hx, Hy sont les composantes des forces suivant les axes du plan et Mz la composante des moments de flexion suivant la normale au plan

$$\sum H_x = 0 \qquad \sum H_y = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

Théorèmes fondamentaux de la RdM (encore appelés théorèmes énergétiques)

Théorème de Castigliano

Le théorème de Castigliano dit que la dérivée partielle du potentiel par rapport à l'une des forces appliquées est égale à la projection du déplacement du point d'application de la force suivant le support de cette force.

EXTRAIT

$$\frac{\partial W}{\partial F_i} = \lambda_i \qquad \frac{\partial W}{\partial C_k} = \varphi_k$$

Théorème de Ménabréa

La structure isostatique associée est une structure rendue isostatique en supprimant les liaisons surabondantes en substituant à ces liaisons les forces R et couples Γ qu'elles exerçaient dans le système réel. Les appuis étant invariables, les points d'application des forces R ne doivent pas se déplacer et les sections d'application des couples Γ ne doivent pas tourner.

$$\frac{\partial W}{\partial R} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial \Gamma} = 0$$

Les valeurs que prennent les réactions hyperstatiques correspondant aux liaisons surabondantes rendent stationnaire le potentiel interne d'une structure.

Equation de Bertrand de Fontviolant

Soit une structure hyperstatique sur appuis invariables et la structure isostatique associée.

Pour tout système S' constitué d'une force F' et d'un couple C'appliqués dans la section d'appui de la structure isostatique associée quelles que soient les intensités de F' et C' et la direction de F'

$$\int_L \left(\frac{MM'}{EI} + \frac{NN'}{ES} + \frac{TT'}{GS_1} \right) dl = 0$$

Ainsi en négligeant les déformations d'effort normal ou d'effort tranchant devant celles de flexion, si M' est le moment de flexion de la structure isostatique associée dû à une force unitaire appliquée au point où l'on désire connaître cette déformation, celle-ci s'exprime par

$$\delta = \int_L \left(\frac{MM'}{EI} \right) dl$$

EXTRAIT

Une structure est dite isostatique lorsque le nombre de ses inconnues est égal aux nombres de conditions d'équilibre de la statique. La structure est statiquement déterminée, car chaque condition d'équilibre est une équation et il y a autant d'équations que d'inconnues.

Lorsque le nombre d'inconnues est supérieur au nombre de conditions d'équilibre, la structure est hyperstatique ou statiquement indéterminée. Les théorèmes fondamentaux de la résistance des matériaux permettent de trouver les équations manquantes et de déterminer les inconnues surabondantes.

Procédure de levée de l'indétermination

Le degré d'hyperstaticité est le nombre de liaisons surabondantes qui s'obtient pour une structure plane en sommant le nombre de réactions de la structure, duquel on déduit le nombre de relations de la statique.

La structure est rendue isostatique en libérant les liaisons surabondantes et on désigne par M_1 la valeur du moment de flexion de la structure isostatique associée sous l'action d'une charge unitaire appliquée dans une section libérée, M la valeur du moment de flexion de celle-ci sous l'action de l'ensemble des charges qui lui est appliquée. Si R est la réaction d'appui de la liaison surabondante, le déplacement de l'appui de la structure isostatique associée sous l'action des charges est

$$\delta = \int_L \left(\frac{MM_1}{EI} \right) dl$$

sous charge unitaire appliquée sur l'appui

$$\delta_1 = \int_L \left(\frac{M_1^2}{EI} \right) dl$$

Sous charge R ce déplacement vaut $R\delta_1$ et le déplacement réel de cet appui qui est la combinaison des deux états précédents.

$$\delta + R\delta_1 = 0$$

EXTRAIT

car les appuis sont invariables.

Ce qui permet de déterminer la réaction surabondante

$$R = -\frac{\delta}{\delta_1}$$

On répétera autant de fois que nécessaire cette opération pour déterminer l'ensemble des réactions surabondantes.

Méthode des intégrales de Mohr

La procédure de levée de l'indétermination d'une structure fait appel au calcul de nombreuses intégrales de la forme.

$$\int_L \left(\frac{MM_1}{EI} \right) dl$$

ces intégrales sont à calculer pour toutes les barres de la structure.

Pour faciliter ce travail, les intégrales les plus courantes sont présentées sous forme de tableau qui suivent :

EXTRAIT

Table des intégrales de Mohr – valeur de

$$\frac{1}{L}\int_{L} Mmdl$$

Introduire M et m avec leur SIGNE	mg	md	m (α et β sont des rapports)	m
M M	1/2 Mmg	1/2 Mmd	1/2 Mm	1/2 Mm
Mg Md	1/6 mg(2Mg+Md)	1/6 md(Mg+2Md)	1/6 m[Mg(1+β) +Md((1+α)]	1/4 m(Mg+Md)
Mg Md	1/6 mg(2Mg+Md)	1/6 md(Mg+2Md)	1/6 m[Mg(1+β) +Md((1+α)]	1/4 m(Mg+Md)
Mg Md Mg = −Md	1/6 Mgmg	−1/6 Mgmd	1/6 Mgm(1−2α)	0
Mg	1/3 Mgmg	1/6 Mgmd	1/6 Mgm(1+β)	1/4 Mgm
Md	1/6 Mdmg	1/3 Mdmd	1/6 Mdm(1+α)	1/4 Mdm
a b M α = a/l β = b/l (α et β sont des rapports)	1/6 Mmg(1+β)	1/6 Mmd(1+α)	1/3 Mm	1/12 Mm(3−4α²)/β valable pour α<β
M	1/4 Mmg	1/4 Mmd	1/12 Mm(3−4α²)/β valable pour α<β	1/3 Mm
Mg	1/4 Mgmg	1/12 Mdmd	1/12 Mdm(1+β+β²)	7/48 Mgm
Md	1/12 Mdmg	1/4 Mdmd	1/12 Mdm(1+α+α²)	7/48 Mdm
M	1/3 Mmg	1/3 Mmd	1/3 Mm(1+αβ)	5/12 Mm
Mg	5/12 Mgmg	1/4 Mgmd	1/12 Mgm(5−α−α²)	17/48 Mgm
Md	1/4 Mdm	5/12 Mdmd	1/12 Mdm(5−β−β²)	17/12 Mdm

Table des intégrales de Mohr – valeur de $\frac{1}{L}\int_L Mmdl$

Introduire M et m avec leur SIGNE	m — m	mg — md	mg — md	mg — md, mg = −md
M — M	M.m	1/2 M(mg+md)	1/2 M(mg+md)	0
Mg — Md	1/2 m(Mg+Md)	1/6(2Mgmg+Mgmd +Mdmg+2Mdmd)	1/6(2Mgmg+Mgmd +Mdmg+2Mdmd)	1/6 mg(Mg−Md)
Mg — Md	1/2 m(Mg+Md)	1/6(2Mgmg+Mgmd +Mdmg+2Mdmd)	1/6(2Mgmg+Mgmd +Mdmg+2Mdmd)	1/6 mg(Mg−Md)
Mg — Md, Mg = −Md	0	1/6 Mg(mg−md)	1/6 Mg(mg−md)	1/3 Mgmg
Mg	1/2 Mgm	1/6 Mg(2mg+md)	1/6 Mg(2mg+md)	1/6 Mgmg
Md	1/2 Mdm	1/6 Md(mg+2md)	1/6 Md(mg+2md)	−1/6 Mdmg
a, M, b; α = a/ℓ β = b/ℓ; α et β sont des rapports	1/2 Mm	1/6 M[mg(1+β) +md(1+α)]	1/6 M[mg(1+β) +md(1+α)]	1/6 Mmg(1−2α)
M	1/2 Mm	1/4 M(mg+md)	1/4 M(mg+md)	0
Mg	1/3 Mgm	1/12 Mg(3mg+md)	1/12 Mg(3mg+md)	1/6 Mgmg
Md	1/3 Mdm	1/12 Md(mg+3md)	1/12 Md(mg+3md)	1/6 Mdmd
M	2/3 Mm	1/3 M(mg+md)	1/3 M(mg+md)	0
Mg	2/3 Mgm	1/12 Mg(5mg+3md)		1/6 Mgmg
Md	2/3 Mdm	1/12 Md(3mg+5md)		−1/6 Mdmg